

ЛЕКЦИЯ 9 РАСЧЕТ ВНЕЦЕНТРЕННО-СЖАТЫХ, ВНЕЦЕНТРЕННО РАСТЯНУТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. РАСЧЕТ ДЕРЕВЯННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА СМЯТИИЕТ

Цель лекции: освоение студентами компетенций по расчета деревянных конструкций цельного сечения

Вопросы к лекции:

9.1 Растянуто-изгибаемые (внецентренно – растянутые) элементы. Особенности работы внецентренно - растянутых изгибаемых элементов

9.2 Сжато - изгибаемые (внецентренно - сжатые) элементы. Особенности работы внецентренно-сжатых элементов

9.3. Работа древесины на смятие. Угол смятия и его влияние на прочность и деформативность сминаемых элементов

9.4 Работа древесины на скалывание

Вопросы к экзамену

24 Расчет деревянных элементов цельного сечения на внецентренное сжатие.

26 Расчет деревянных элементов цельного сечения на внецентренное растяжение.

27. Работа древесины на смятие и скалывание. Что такое угол смятия и как он влияет на прочность и деформативность сминаемых элементов?

9.1 Растянуто-изгибаемые (внецентренно – растянутые) элементы. Особенности работы внецентренно - растянутых изгибаемых элементов

Растянуто-изгибаемые элементы работают одновременно на растяжение и изгиб, например, растянутый нижний пояс фермы с межузловой нагрузкой; стержни, в которых растягивающие усилия действуют с эксцентриситетом относительно оси (внецентренно - растянутые элементы).

В нижних волокнах за счет суммирования напряжений от продольной силы и изгибающего момента возникают максимальные напряжения растяжения. При конструировании деревянных конструкций необходимо избегать появления такого сложного напряженного состояния (рисунок 9.1).

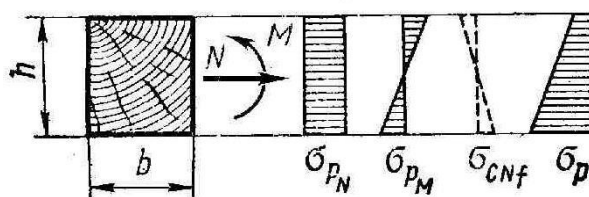


Рисунок 9.1 –Эпюры нормальных напряжений

В сечениях растянуто-изгибаемого элемента от продольной растягивающей силы N возникают равномерные растягивающие напряжения, а от изгибающего момента M – напряжения изгиба. Эти напряжения суммируются, благодаря чему растягивающие напряжения увеличиваются, а сжимающие уменьшаются.

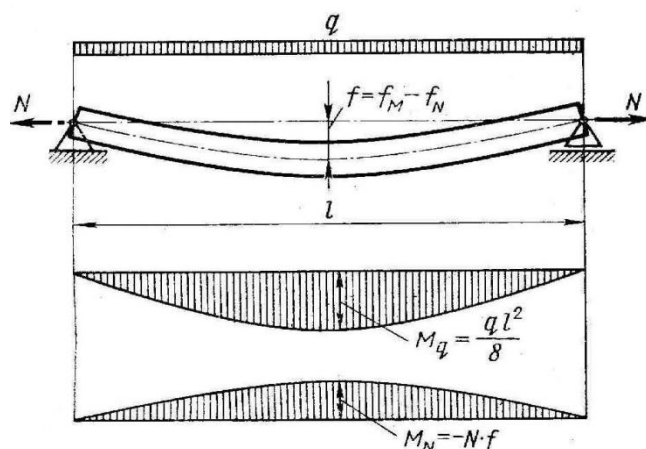


Рисунок 9.2 – Расчетная схема и эпюры изгибающих моментов растянуто-изгибаемых элементов

Расчет растянуто-изгибаемых элементов производится по прочности с учетом всех ослаблений:

$$\sigma = \frac{N}{F_{расч}} + \frac{M_{д} \cdot R_p}{W_{расч} \cdot R_u} \leq R_p. \quad (9.1)$$

Отношение R_p/R_u позволяет привести напряжения растяжения и изгиба к единому значению для сравнения их с расчетным сопротивлением растяжению:

$$F_{расч} = F_{нт}. \quad (9.2)$$

В расчет вводится отношение расчетных сопротивлений растяжению и изгибу, позволяющее привести напряжения от изгиба к общему значению, что необходимо для сравнения его с расчетным сопротивлением древесины на растяжение.

Разгружающий момент обратного знака от действия продольной силы в расчете не учитывается в запас прочности.

9.2 Сжато - изгибаемые (внецентренно - сжатые) элементы. Особенности работы внецентренно-сжатых элементов

Сжато-изгибаемыми элементами (внецентренно-сжатыми) называются элементы, находящиеся под одновременным воздействием продольной сжимающей силы и изгибающего момента.

Такое НДС возникает в следующих случаях:

- при совместном действии продольной силы и поперечной нагрузки;
- при внецентренном приложении продольной силы;
- при несимметричном ослаблении поперечного сечения сжатого элемента;
- в сжатых криволинейных элементах.

Так работают, например, верхние сжатые пояса ферм, нагруженные дополнительно междузловой поперечной нагрузкой, а также при эксцентричном приложении сжимающей силы.

В сечениях сжато-изгибаемого элемента возникают равномерные напряжения сжатия от продольных сил N и напряжения сжатия и растяжения от изгибающего момента M , которые суммируются.

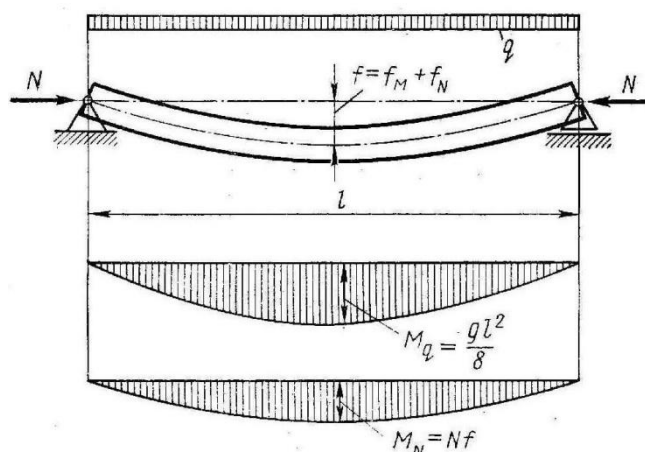


Рисунок 9.3 – Расчетная схема и эпюры изгибающих моментов сжато-изгибаемого элемента

На рисунке 9.4 представлены эпюры напряжений.

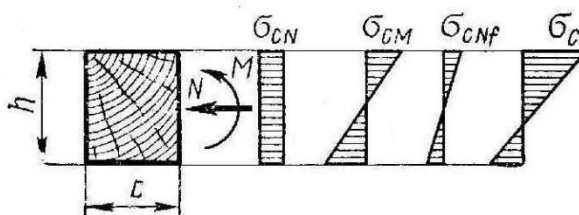


Рисунок 9.4 – Эпюры напряжений

Искривление сжато-изгибаемого элемента поперечной нагрузкой приводит к появлению дополнительного изгибающего момента с максимальным значением:

$$M_N = N \cdot f, \quad (9.3)$$

где f – прогиб элемента.

Сжато - изгибаемые элементы рассчитывают на совместное действие продольной сжимающей силы, основного изгибающего момента от поперечной нагрузки и дополнительного момента, возникающего от действия продольной силы на деформированный элемент.

Точный расчет достаточно сложен, поэтому исходят из условия, что под действием расчетных нагрузок, наибольшее сжимающее краевое напряжение не должно превышать расчетного сопротивления древесины на сжатие вдоль волокон.

Расчет на прочность сжато-изгибаемых элементов выполняют по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F_{расч}} + \frac{M_{Д}}{W_{расч}} \leq R_c, \quad (9.4)$$

где $M_{Д}$ – изгибающий момент от действия поперечных и продольных нагрузок определяемый из расчета по деформированной схеме.

Для шарнирно-опертых элементов при симметричных эпюрах изгибающих моментов синусоидального, параболического и близких к ним очертаний:

$$M_{Д} = \frac{M}{\xi}, \quad (9.5)$$

где M – изгибающий момент в расчетном сечении без учета дополнительного момента от продольной силы;

ξ – коэффициент, изменяющийся от 1 до 0, учитывающий дополнительный момент от продольной силы вследствие прогиба элемента, определяемый по формуле:

$$\xi = 1 - \frac{N}{\varphi \cdot R_c \cdot F_{бр}}, \quad (9.6)$$

где φ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент устойчивости) для сжатых элементов, определяемый по формуле (9.7).

Кроме проверки на прочность, сжато-изогнутые элементы проверяются на устойчивость по формуле:

$$\frac{N}{\varphi \cdot R_c \cdot F_{бр}} + \left(\frac{M_{Д}}{\varphi_m \cdot R_u \cdot W_{бр}} \right)^n \leq 1, \quad (9.7)$$

где $F_{бр}$ – площадь брутто с максимальными размерами сечения элемента на участке l_p ;

$W_{бр}$ – максимальный момент сопротивления на рассматриваемом участке l_p ;

n – показатель степени, зависящий от наличия закреплений растянутой зоны элемента в плоскости деформирования элемента, где:

- $n = 1$ – для элементов, имеющих закрепления в растянутой зоне из плоскости деформирования;

- $n = 2$ – для элементов без закрепления растянутой зоны из плоскости деформирования,

φ – коэффициент продольного изгиба, определяемый по формуле (9.7)

φ_m – коэффициент устойчивости для изгиба, определяемый по формуле (9.7).

Разрушение сжато-изгибаемых элементов начинается с потери устойчивости сжатых волокон, в результате чего появляются складки в верхней зоне сечения, увеличивается прогиб, и элемент ломается.

Сжато-изгибаемые элементы работают достаточно надежно, и для их изготовления применяется древесина 2 сорта.

9.3 Работа древесины на смятие. Угол смятия и его влияние на прочность и деформативность сминаемых элементов

Деревянные элементы испытывают равномерные напряжения смятия на тех участках своей поверхности, к которой непосредственно приложены сжимающие силы N (рисунок 9.5). Таким образом, смятие древесины - это поверхностное сжатие.



Рисунок 9.5 – Смятие древесины

Лабораторные испытания деревянных образцов на смятие показывают, что трубчатые волокна древесины при этом сплющиваются и она уплотняется. Размеры древесины в направлении действия силы заметно уменьшаются, но она сохраняет способность выдерживать нагрузку.

Пороки древесины мало ухудшают ее работу на смятие и поэтому сминаемые элементы выполняют из древесины II и III категории качества.

Напряжения смятия деревянных элементов не должны превосходить расчетных сопротивлений смятию, установленных нормами.

Расчет деревянных конструкций на смятие считается расчетом по прочности, хотя при этом фактически ограничивается величина деформации древесины при смятии.

Древесина имеет разное строение вдоль и поперек волокон, и поэтому она работает на смятие по-разному. Прочность ее по смятию зависит от того, под каким углом к направлению волокон действует сжимающая сила N , поэтому расчетные сопротивления смятию различны при различных случаях смятия древесины.

Смятие вдоль волокон возникает в торцах сжатых стержней. Сжимающая сила при этом действует перпендикулярно сечению, угол смятия между ее направлением и волокнами, α , равен нулю.

Древесина при этом работает хорошо и расчетное сопротивление смятию для второго сорта имеет наибольшую величину – $R_{см} = 19,5$ МПа.

На сжатие и смятие поперек волокон по всей поверхности древесина работает значительно хуже, чем на сжатие и смятие вдоль волокон. При действии

силы поперек волокон под углом 90° стенки клеток работают в неблагоприятных условиях, они сплющиваются, что приводит к значительным деформациям (рисунок 9.6).

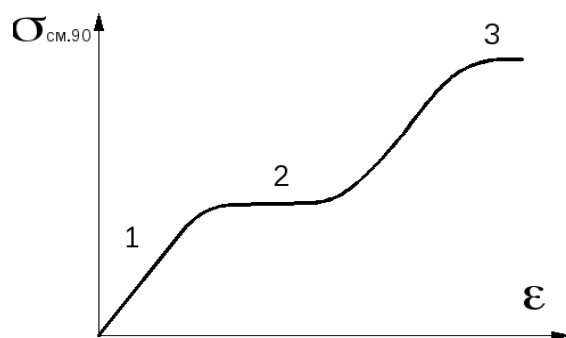


Рисунок 9.6 – Диаграмма работы древесины при смятии поперек волокон

На диаграмме видны три стадии:

1 - упругая стадия работы древесины в начале загрузки до наступления предела пластического течения;

2 - стадия ускоренного роста деформаций за счет смятия оболочек клеток ранней древесины;

3 - стадия уплотнения древесины, на этой стадии рост деформаций замедляется, происходит смятие клеток поздней древесины.

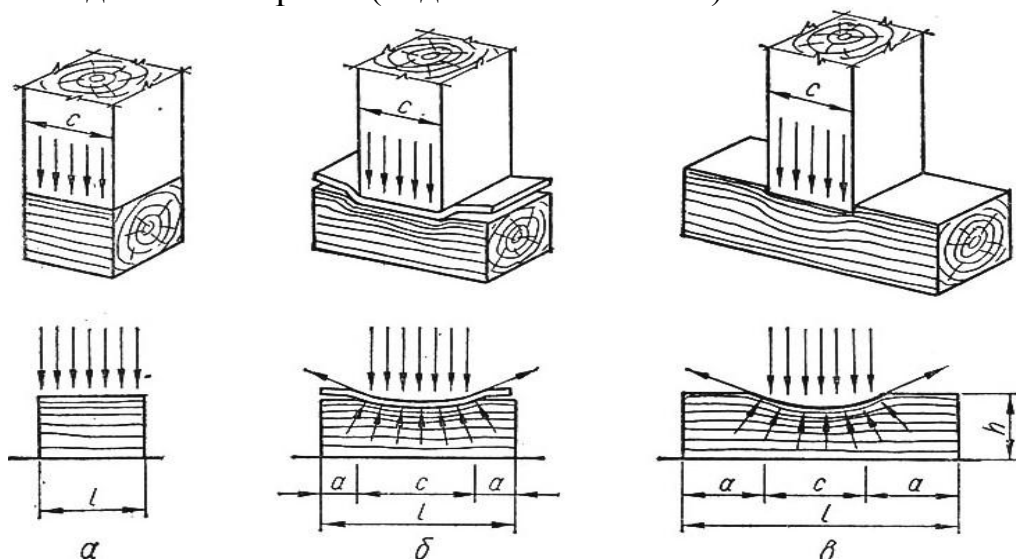
При работе древесины на сжатие и смятие поперек волокон за счет пластических деформаций происходит выравнивание напряжений и фактического разрушения образца не происходит.

В деревянных конструкциях сжатие и смятие поперек волокон бывает трех видов (рисунок 10.11):

1 - по всей поверхности;

2 - на части длины (в опорных подушках);

3 - на части длины и ширины (под шайбами болтов).



a – смятие древесины по всей поверхности;

b – смятие древесины на большей части поверхности при $c > \frac{1}{3}l$ и $a < h$;

v - смятие древесины на части поверхности при $c \leq \frac{1}{3}l$ и $a > h$

Рисунок 9.7 – Смятие древесины поперек волокон

Расчетное сопротивление древесины местному сжатию и смятию поперек волокон на части длины, $R^A_{см.90}$, (при длине ненагруженных участков не менее длины площади смятия и толщины элемента), определяется по формуле:

$$R^A_{см.90} = R^A_{с90} + \left(1 + \frac{80}{(\ell_{см} + 12)} \right), \quad (9.8)$$

где $R^A_{с90}$ - расчетное сопротивление древесины сжатию и смятию по всей поверхности поперек волокон, равное 2,7МПа;

$\ell_{см}$ - длина площадки смятия вдоль волокон древесины, см.

Прочность древесины на сжатие и смятие под углом, α , к направлению волокон занимает промежуточное положение между значениями прочности древесины на смятие вдоль и поперек волокон определяется по формуле:

$$R^A_{см.\alpha} = \frac{R^A_{см}}{1 + \left(\frac{R^A_{см}}{R^A_{см.90}} - 1 \right) \cdot \sin^3 \alpha}. \quad (9.9)$$

Расчет элементов на сжатие и смятие поперек волокон производится по формуле:

$$\sigma_{см.90} = \frac{N_{см}}{F_{см}} \leq R_{см.90}, \quad (9.10)$$

где $N_{см}$ - расчетная сжимающая (сминающая) сила;

$F_{см}$ - расчетная площадь сжатия (смятия);

$R^A_{см.90}$ - расчетное сопротивление древесины сжатию и смятию поперек волокон;

С помощью этой же формулы можно определить величину расчетной силы сжатия, которую может воспринять данная площадь смятия, и требуемой площади смятия F , необходимой для выдерживания известной сжимающей силы N .

От действия сжимающего усилия, N , по площади упора торца сжатого стержня в рабочую поверхность врезки растянутого возникают равномерные напряжения смятия, σ .

Площадь смятия, F , определяют в зависимости от глубины врубki, $h_{вр}$, угла наклона сжатого стержня, α , и ширины врубki, b .

Соответственно площадь смятия равна:

- во врубках брусев:

$$F = \frac{bh_{вр}}{\cos \alpha}, \quad (9.11)$$

- во врубках бревен:

$$F = \frac{0,71 \cdot bh_{вр}}{\cos \alpha}. \quad (9.12)$$

Расчет производят по прочности рабочей площади врезки при местном смятии под углом к волокнам растянутого стержня, α .

После подстановки значений $R^A_{см}$ и $R^A_{см.90}$ расчетное сопротивление смятию можно определять по этой формуле, приведенной к виду:

- для лобовых упоров:

$$R^A_{см.90} = 1,65 \cdot 1,8 = 3 \text{ МПа};$$

$$R^A_{см.\alpha} = \frac{13}{1 + 6,22 \cdot \sin^3 \alpha}; \quad (9.13)$$

- для врубок:

$$R^A_{см.\alpha} = \frac{13}{1 + 3,34 \cdot \sin^2 \alpha}; \quad (9.14)$$

- для шайб:

$$R^A_{см.\alpha} = \frac{13}{1 + 2,25 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (9.15)$$

9.4 Работа древесины на скалывание

Скалывание, наряду с растяжением поперек волокон, является наиболее слабым видом сопротивления древесины. Характер разрушения хрупкий, пороки резко снижают сопротивление древесины скалыванию.

Различают: скалывание вдоль волокон; скалывание поперек волокон; скалывание под углом к волокнам (рисунок 9.8).

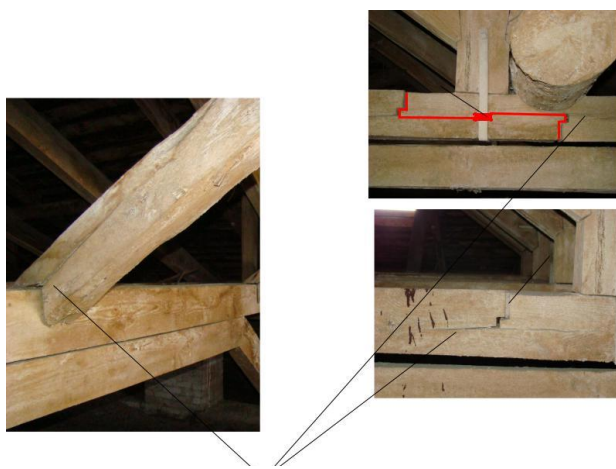


Рисунок 9.8—Скалывание древесины

В деревянных конструкциях древесина чаще всего работает на скалывание вдоль волокон. Предел прочности на скалывание поперек волокон примерно в два раза меньше. Предел прочности на скалывание под углом, α , к волокнам занимает промежуточное положение, а расчетное сопротивление под углом, α , определяется по формуле

$$R^A_{ск.\alpha} = \frac{R^A_{ск}}{1 + \left(\frac{R^A_{ск}}{R^A_{ск.90}} - 1 \right) \cdot \sin^3 \alpha}, \quad (9.16)$$

где $R^A_{ск}$ - расчетное сопротивление древесины скалыванию вдоль волокон;

$R_{ск.90}$ - расчетное сопротивление древесины скалыванию поперек волокон.

Напряжения скалывания, τ , распределяются по длине площади скалывания неравномерно, так как силы скалывания действуют с одной стороны от площади скалывания и достигают максимума близ врубки.

От действия скалывающих усилий, τ , вдоль волокон древесины по площади скалывания, F , равной "произведению ширины врубки b на длину скалывания $l_{ск}$ возникают скалывающие напряжения τ . Длина площади скалывания $l_{ск}$ равна расстоянию от нижней точки врубки до конца растянутого стержня, но учитывается не более длины, равной 10 глубинам врубки $h_{вр}$.

Расчет производят по прочности при скалывании по средним значениям скалывающих напряжений:

$$\tau = \frac{N_{ск}}{F_{ск}} \leq R_{ск}^{cp}, \quad (9.17)$$

где $N_{ск}$ - расчетная скалывающая сила; $F_{ск}$ - площадь скалывания;

$R_{ск}^{cp}$ - расчетное среднее по длине площадки скалывания сопротивление древесины, определяется по формуле

$$R_{ск}^{cp} = \frac{R_{ск}}{1 + \beta \left(\frac{l_{ск}}{e} \right)}, \quad (9.18)$$

где $R_{ск}$ - расчетное сопротивление древесины скалыванию вдоль волокон при расчете по максимальному напряжению, $R_{ск} = 2,1$ МПа;

$l_{ск}$ - расчетная длина площадки скалывания, принимаемая не более 10 глубин врезки в элемент, отношение $\frac{l}{e}$ должно быть не менее 3;

e - плечо сил скалывания, см;

- для элементов с несимметричной врезкой, например, в лобовых врубках, $e = 0,5h$;

- при расчете симметрично загруженных элементов с симметричной врезкой $e = 0,25h$; h - полная высота поперечного сечения элемента;

β - коэффициент, зависящий от вида скалывания древесины:

- при одностороннем скалывании $\beta = 0,25$;

- при двухстороннем скалывании - $\beta = 0,125$.